



**MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL MINAS GERAIS CAMPUS**

CONCURSO PÚBLICO DE PROVAS E TÍTULOS - MAGISTÉRIO - EDITAL Nº 01/2014

CARGO: Professor de Ensino Básico, Técnico e Tecnológico

ÁREA: Matemática

DATA: 16 de fevereiro de 2014

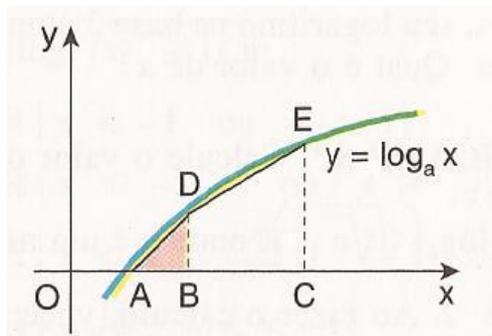
Número de questões: 10 / Número de páginas: 16

Obs.: Todas as questões devem ser resolvidas com caneta esferográfica azul ou preta.

QUESTÕES

Questão 01 (10 pontos)

A curva da figura representa o gráfico da função $y = \log_a x$ ($a > 1$). Dos pontos $B = (2,0)$ e $C = (4,0)$ saem perpendiculares ao eixo das abcissas, as quais interceptam a curva em D e E , respectivamente. Se $A = (1,0)$ e a área do trapézio retângulo $BCED$ vale 3, calcule a área do triângulo ABD .



Questão 02 (10 pontos)

Resolva a equação: $\operatorname{sen} x \cdot \cos^3 x - \cos x \cdot \operatorname{sen}^3 x = \frac{\sqrt{2}}{8}$

Questão 03 (10 pontos)

Um escritor escreveu, em um certo dia, as vinte primeiras linhas de um livro. A partir desse dia ele escreveu, em cada dia, tantas linhas quanto havia escrito no dia anterior, mais cinco linhas. O livro tem dezessete páginas, cada uma com exatamente vinte e cinco linhas. Em quantos dias o escritor terminou de escrever o livro?

Questão 04 (10 pontos)

Um cilindro circular reto de raio R e altura igual a $2R$ é cortado por um plano paralelo ao seu eixo. Sendo a distância do eixo ao plano secante, igual à metade do raio, calcule o volume do menor segmento cilíndrico resultante dessa secção.

Questão 05 (10 pontos)

Dado o binômio $\left(x^3 + \frac{1}{x^2}\right)^5$, sabe-se que a soma dos coeficientes e o termo independente de x , no seu desenvolvimento, são respectivamente, iguais aos números de homens e mulheres que participam de um simpósio. De quantas modos distintos podem ser formadas comissões de exatamente quatro pessoas, escolhidas entre os participantes desse simpósio, se cada comissão deve conter homens e mulheres em igual número?

Questão 06 (10 pontos)

Dois dados não tendenciosos são lançados.

- (a) Qual a probabilidade de que a soma dos pontos da face superior seja 6?
- (b) Qual a soma de pontos mais provável de ocorrer e que probabilidade é essa?

Questão 07 (10 pontos)

Sabe-se que a teoria axiomática dos Espaços Vetoriais desenvolveu-se há poucos séculos e, inclusive, a partir da resolução de sistemas lineares. A título de ilustração, o matemático italiano Giuseppe Peano (1858-1952) foi quem deu a primeira definição axiomática de Espaço Vetorial em 1888.¹

A questão que segue trata do conceito de Transformações Lineares da Álgebra Linear. Assunto que foi desenvolvido pela comunidade matemática, principalmente, após o século XVIII.

As funções lineares descrevem o tipo mais simples de dependência entre variáveis, de modo que muitos problemas do nosso cotidiano podem ser representados por tais funções. Considerando isso propõe-se:

- a) Supondo V e W dois espaços vetoriais (sobre \mathbb{R} ou \mathbb{C}), defina uma Transformação Linear de V em W .
- b) Seja $v = (x, y) \in \mathbb{R}^2$ e $F: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tal que $F(v) = (x, x + y, x - y)$. Mostre que F é uma Transformação Linear.
- c) Supondo que $V = W = \mathbb{R}$ e, que a função $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ seja definida por $F(u) = \alpha u$, sendo α um escalar, demonstre que F é uma Transformação Linear e, mais do que isso, que toda Transformação Linear $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ só pode ser desse tipo.
- d) Sabe-se que a toda matriz $m \times n$ está associada uma Transformação Linear $T: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$, ou seja, que uma matriz produz uma Transformação Linear. Seja então θ um ângulo fixo e a Transformação Linear $F: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definida de tal modo que $T(v) = Av$, sendo $A = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$. Prove que $T(v)$ é o vetor obtido pela rotação do vetor v num ângulo θ .

¹ Disponível em:

<<http://www.fat.uerj.br/intranet/disciplinas/Algebra%20Linear/Textos%20Divulga%E7%E3o/Hist%F3ria%20da%20C1lg.Linear.pdf>>. Acesso em: 10 fev. 2014.

Questão 08 (10 pontos)

Um quadrado tem vértices consecutivos $A(3,3)$ e $B(4,2)$. Determine a equação da circunferência circunscrita ao quadrado.

Questão 09 (10 pontos)

Considere o polinômio $p(x) = x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 5x + 2$.

- (a) Resolva em \mathbb{C} a equação $p(x) = 0$.
- (b) Considerando p uma função real de variável real, calcule a área da região delimitada entre o gráfico de p e o eixo x .

Questão 10 (10 pontos)

Considere a função f de variável real dada por $f(x) = \frac{1+x^2}{1-x^2}$.

- (a) Encontre o domínio de f . A função é par ou ímpar?
- (b) Encontre os intervalos onde a função é crescente ou decrescente e os eventuais extremos locais de f ;
- (c) Encontre os intervalos onde o gráfico de f possui concavidade para baixo ou para cima e os eventuais pontos de inflexão desse gráfico;
- (d) Desenhe o gráfico de f . Qual é a imagem de f ?

